



Drive Your Growth.

DIPARTIMENTO DI METODI E MODELLI
PER L'ECONOMIA, IL TERRITORIO E LA FINANZA
MEMOTEF



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

ALGORITMIC®

Governo e controllo dei prodotti assicurativi:
esperienze, applicazioni e confronti europei

IL VALUE FOR MONEY PER I PRODOTTI DANNI E I PRODOTTI VITA NON IBIP: UN MODELLO ECONOMICO RISK BASED LATO ASSICURATO

Paolo De Angelis

Milano - 6 giugno 2025



Summary

1. Aspettative Vigilanza e test VfM basati su criteri di benchmarking.
2. Il modello VfM basato sui principi della Teoria dell'Utilità:
 - ✓ Il contesto teorico di riferimento.
 - ✓ Le equazioni fondamentali per i prodotti danni.
 - ✓ Le equazioni fondamentali per i prodotti vita Non - IBIP.
3. Esempio di un contratto multigaranzia vita Non - IBIP e Danni.
4. Bibliografia di riferimento.

IVASS: Lettera al Mercato 27/03/2024



- Con riferimento ai sistemi di governance del processo POG, sia relativamente agli organi e alle funzioni coinvolte, che alla formalizzazione di adeguate policy e linee guida. Sono stati, infatti, riscontrati: (i) situazioni di mancanza di un effettivo coinvolgimento dell'organo amministrativo e di un autonomo ed efficace contributo delle funzioni c.d. fondamentali; (ii) lacune o ambiguità nella formalizzazione di ruoli/responsabilità; (iii) linee guida non adeguatamente dettagliate e non comprensive di tutte le fasi del processo POG; (iv) **processi non sufficientemente orientati al valore per il cliente**; (v) **assenza di appropriate metodologie di analisi e soglie per la determinazione e valutazione degli esiti del test di prodotto**;
- Con riferimento al VfM, le analisi per la determinazione e la misurazione del valore del prodotto per il cliente sono risultate sovente **carenti nel considerare il punto di vista del cliente**, sia perché basate sul **confronto con prodotti simili delle imprese concorrenti, senza alcuna determinazione del valore del prodotto in sé**, sia perché **comprensive di valutazioni tese a verificare la sostenibilità del prodotto e la sua redditività solo dalla prospettiva dell'impresa**.
- Con riferimento al ruolo delle funzioni fondamentali, l'Istituto si attende che sia attribuito il ruolo di **valutare le attività di test del prodotto svolte dalle unità operative mediante una verifica completa e autonoma**, che comprenda anche **la valutazione della qualità e coerenza dei dati utilizzati nella fase di test del prodotto e di determinazione del Value for Money per il mercato di riferimento identificato**, nonché per la valutazione della sostenibilità e redditività del prodotto lato impresa.

Modelli VfM basati sul benchmarking



- Normalmente la competitività commerciale è un'estensione della competitività tecnica: in sede di definizione del posizionamento del prodotto rispetto prodotti omogenei viene considerato anche il prezzo dei prodotti omogenei, rilevato mediante mystery shopping.
- La metrica del test VfM è riconducibile ai classici **indicatori di profittabilità lato Compagnia** o a **KPI equivalenti**.
- Il test si basa su una opportuna **combinazione lineare** dei KPI. I «**punteggi**» o i «**pesi**» assegnati sono soggettivi.
- La definizione delle soglie per definire se il test è «passed» o «failed» soggiace a degli inevitabili **livelli di discrezionalità** che rendono l'approccio molto «duttile».
- Il profilo di **avversione e resilienza al rischio** dell'assicurato non è preso in considerazione.



Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità Attesa



- La teoria dell'utilità attesa, formalizzata da **von Neumann e Morgenstern (1944)**, è stata ampiamente adottata nelle decisioni assicurative poiché fornisce un modello di riferimento per comprendere come individui e imprese valutino **scelte in condizioni di incertezza**.
- In ambito assicurativo, un soggetto **avverso al rischio** cerca di massimizzare la propria utilità attesa, ossia **il valore medio della propria soddisfazione** (utilità) associata ai diversi esiti possibili di un evento incerto.
- Acquistare un'assicurazione risulta razionale per un soggetto avverso al rischio: **pagando un premio certo e limitato, egli riduce l'incertezza legata a potenziali perdite rilevanti**, ottenendo nel complesso una maggiore utilità attesa.
- Il trasferimento del rischio tra lato della domanda (Assicurati) e lato dell'offerta (Compagnie di Assicurazione) si realizza in **condizioni di equità** se e solo se nel **rapporto bilaterale** instaurato entrambi i lati del mercato ottengono una **variazione non negativa** (o strettamente positiva) **nella propria funzione di utilità** e dunque tenendo conto della propria avversione al rischio.
- Contesto teorico di riferimento: Nash [1950], Markowitz [1952], Bork [1974, 1990], Daboni [1989], Stiglitz [2002].



Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità Attesa



Il potenziale assicurato deve assumere una delle due decisioni: **d₁ (assicurarsi)** e **d₂ (non assicurarsi)**.

Dal momento che l'individuo è avverso al rischio, il premio massimo che il potenziale assicurato sarà disposto a pagare sarà uguale al valore P^* che risolve la seguente equazione:

$$\underbrace{U(x - P^*)}_{d_1} = p \underbrace{U(x - C)}_{d_2} + (1 - p)U(x) \quad [1]$$

dove:

x = disponibilità patrimoniale iniziale di capitale

P^* = ammontare certo equivalente che il cliente è disposto di scambiare con la perdita potenziale

p = probabilità che l'evento assicurato E si realizzi

$1-p$ = probabilità che l'evento assicurato E non si realizzi

C = Perdita potenziale derivante dal verificarsi dell'evento

Calcolato il P^* con l'equazione [1] il Test di Value for Money è basato sulla seguente disuguaglianza:

$$VfM = P^* - P \geq 0$$

Ed in particolare:

Se $P^* \geq P$ il Test di Value for Money è superato.

Seguendo la letteratura scientifica tradizionale sul problema decisionale in ambito finanziario, risulta utile, ai fini del calcolo del Value for Money, introdurre una funzione di utilità quadratica inversa.

$$U(x) = x - \left(\frac{1}{2a}\right) x^2 \quad [2]$$



Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità Attesa



- Applicando la funzione di utilità [2] è sufficiente pertanto individuare la soluzione di P^* che soddisfa l'equazione [3] per ciascuna linea di garanzia e successivamente per tutte le garanzie offerte dal prodotto in un arco temporale coincidente con tutta la durata contrattuale.
- Nel caso di prodotto assicurativo multi garanzie, viene ricercata per ogni garanzia k la soluzione di P^* [Garanzia K].
- Si procede quindi ad un processo aggregativo «algebrico semplice» per ottenere il risultato sul prodotto.

Equazione [3]

$$(x - P^*) - \left(\frac{1}{2a}\right)(x - P^*)^2 = p[(x - C) - \left(\frac{1}{2a}\right)(x - C)^2] + (1 - p)[x - \left(\frac{1}{2a}\right)x^2]$$



Modello basato sulla teoria dell'Utilità Attesa: i parametri del modello



Per risolvere l'equazione è necessario associare a ciascun parametro del modello una grandezza economico-assicurativa:

x = disponibilità patrimoniale iniziale del cliente

P^* = importo certo equivalente che il cliente è disposto a scambiare con la perdita potenziale

P = il premio commerciale proposto dall'assicuratore

$1-p$ = la probabilità di conservare la disponibilità patrimoniale iniziale

p = la probabilità di subire una perdita

a = il danno massimo sopportabile (in €)

C = la perdita potenziale

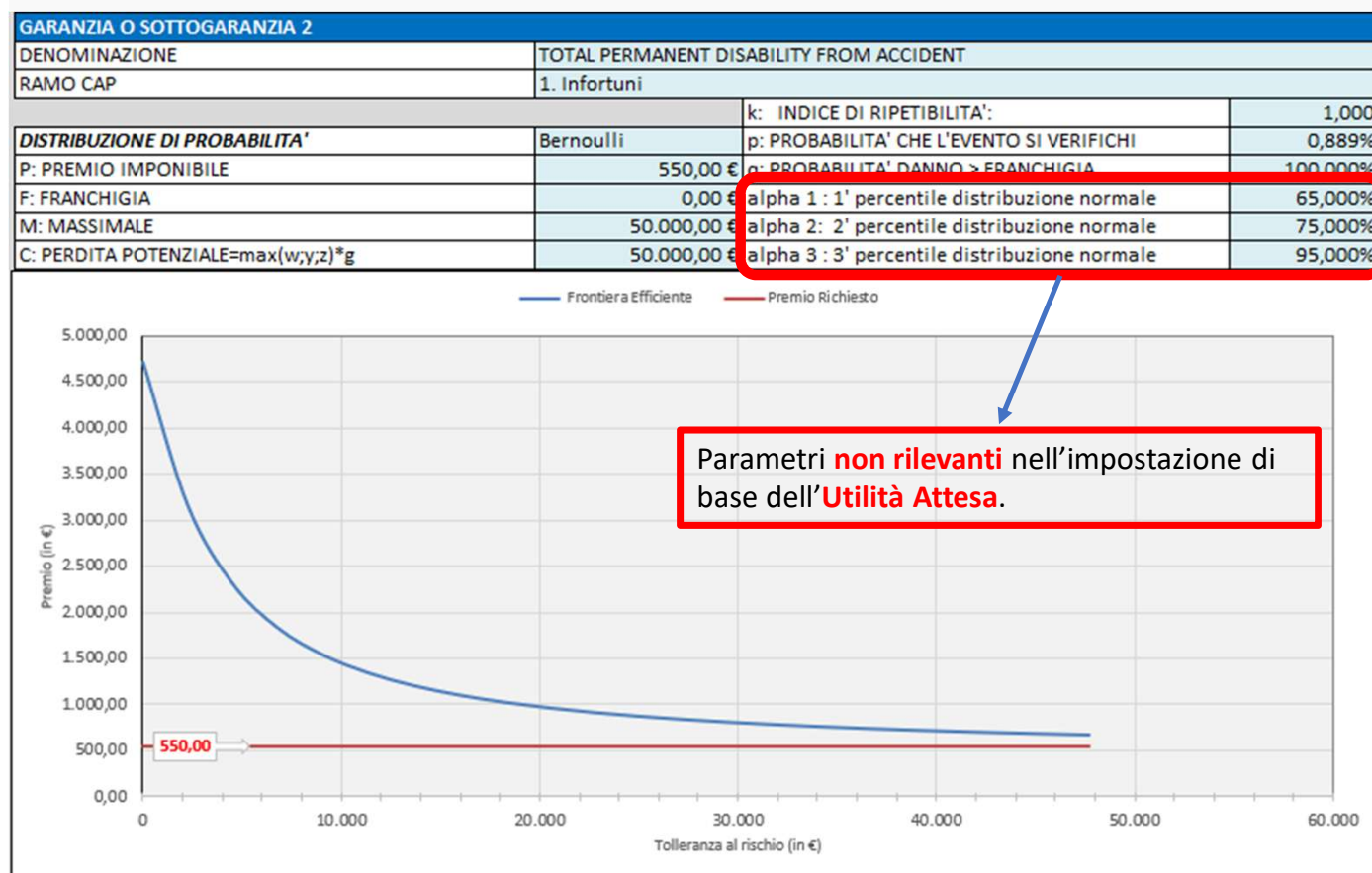
Equazione [3]

$$\underbrace{\left(x - P^*\right) - \left(\frac{1}{2a}\right)(x - P^*)^2}_{d_1 \text{ ASSICURAZIONE}} = \underbrace{p\left[(x - C) - \left(\frac{1}{2a}\right)(x - C)^2\right] + (1 - p)\left[x - \left(\frac{1}{2a}\right)x^2\right]}_{d_2 \text{ AUTOASSICURAZIONE}}$$

d_1 ASSICURAZIONE

d_2 AUTOASSICURAZIONE

Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità Attesa



- Il premio di equilibrio P^* viene calcolato su un intervallo di Tolleranza al rischio (definito come la **differenza tra la perdita potenziale C e la disponibilità patrimoniale iniziale del cliente x**) compreso tra 0 e la perdita potenziale massima.
- E' possibile quindi rappresentare su un sistema di riferimento cartesiano la frontiera di isoutilità che evidenzia la variazione del premio di equilibrio (asse delle ordinate) a fronte di una variazione della tolleranza al rischio (asse delle ascisse).
- La rappresentazione del premio di tariffa richiesto dalla compagnia (retta parallela all'asse delle ascisse) permette di apprezzare immediatamente l'eventuale punto di break-even con la curva di isoutilità.



Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità: la transizione verso l'utilità percentile



- Ma la distribuzione di probabilità di perdita totale per i contratti No-IBIP non è normalmente distribuita e di solito mostra asimmetria e curtosi.
- Pertanto l'idea è quella di introdurre nell'ordinamento delle preferenze basato sulla Teoria dell'Utilità un approccio percentile al fine di ottenere un importo certo equivalente da scambiare con la perdita potenziale che possa rappresentare diversi **livelli di avversione al rischio** del cliente.
- Nell'equazione (3) sono introdotti parametri che misurano il grado di avversione al rischio dell'assicurato e la sua resilienza alla copertura auto assicurativa del danno. L'approccio adottato permette di definire un concetto di **Utilità Percentile** e di impostare l'equazione per il calcolo di un **premio di indifferenza P^* percentile** come segue.

$U(P_{\alpha}^{*percentile}) = VaR_{\alpha}(U(\tilde{X}))$, con $\tilde{X}$ l'importo aleatorio del patrimonio del decisore per effetto dell'azione degli eventi rientranti nella copertura assicurativa.

Sia N il numero di contratti, il $VaR_{\alpha}(U(\tilde{X}))$ può essere approssimato calcolando il VaR della variabile aleatoria "Numero di sinistri" $\tilde{n}$, e dunque assumendo l'ipotesi di distribuzione di probabilità Binomiale e conseguente ipotesi asintotica di distribuzione Normale della media campionaria $E(\tilde{n}) = N \cdot p$ (probabilità di accadimento del sinistro); pertanto è possibile ricavare una misura del percentile della probabilità p :

$$p^{VaR_{\alpha}} = p + z_{\alpha}^* \sqrt{\frac{p(1-p)}{N}} \quad [4]$$

dove z_{α}^* : α - percentile di una distribuzione normale $N(0,1)$.



Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità: la transizione verso l'utilità percentile



- L'idea di applicare l'espansione di Cornish Fisher deriva anche dalla circostanza che il Regolamento Delegato (UE) 2017/653 della Commissione prevede, in tema di documenti contenenti le informazioni chiave per i prodotti "Packaged Retail and Insurance-based Investment Products (PRIIP)", una misura del VAR del rendimento, utilizzando l'espansione per ottenere una distorsione sulla distribuzione di probabilità Normale.

Da un punto di vista economico, il p^{VaR_α} può essere interpretato come la percezione personale del rischio dell'assicurato in riferimento alla propria avversione al rischio.

Per mezzo dell'espansione di Cornish-Fisher è possibile calcolare p^{VaR_α} sulla base di un percentile Z_α derivato da una distribuzione di probabilità distorta:

$$Z_\alpha = z_\alpha^* + (z_\alpha^{*2} - 1) \frac{S}{6} + (z_\alpha^{*3} - 3z_\alpha^*) \frac{K}{24} - (2z_\alpha^{*3} - 5z_\alpha^*) \frac{S^2}{36} \quad [5]$$

Dove: $S = \frac{1-2p}{\sqrt{Np(1-p)}}$ e $K = \frac{1-6p(1-p)}{Np(1-p)}$, *rispettivamente indice di simmetria e di curtosi della distribuzione binomiale*



Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità: la transizione verso l'utilità percentile



- A seguire, impostando l'equazione dell'Utilità percentile, la cui soluzione restituisce il premio di indifferenza percentile $P_{\alpha}^{*percentile}$, dipendente dal grado di avversione al rischio del Cliente commisurato al livello del percentile alfa, si ha:

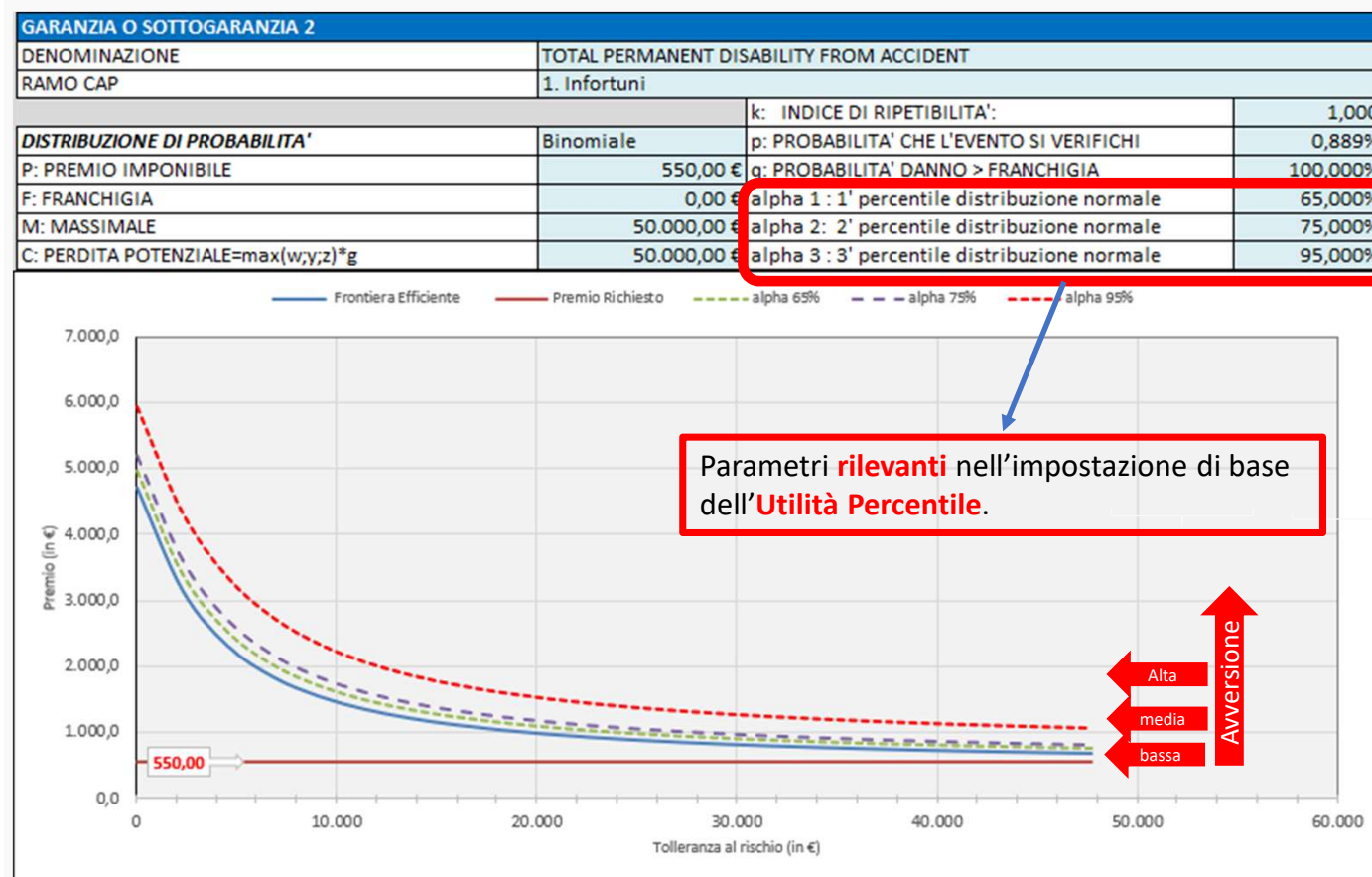
Pertanto l'equazione [3] diventa:

$$\left(x - P_{\alpha}^{*Percentile}\right) - \left(\frac{1}{2a}\right)\left(x - P_{\alpha}^{*Percentile}\right)^2 = p^{VaR_{\alpha}}\left((x - C) - \left(\frac{1}{2a}\right)(x - C)^2\right) + (1 - p^{VaR_{\alpha}})\left(x - \left(\frac{1}{2a}\right)x^2\right)$$

Equazione [6]

*Il $P_{\alpha}^{*Percentile}$ dipende dall'asimmetria e dalla curtosi della distribuzione di probabilità e conseguentemente dall'avversione al rischio dell'Assicurato.*

Modello VfM basato sulla teoria dell'Utilità: la transizione verso l'utilità percentile



Alla frontiera di isoutilità è pertanto possibile affiancare le frontiere di isoutilità percentile, calcolate per prefissati livelli di avversione al rischio dell'assicurato, misurati sul livello del percentile alpha della probabilità di accadimento.



Il modello VfM prodotti vita Non-IBIPs basato sul concetto dell'Utilità percentile



Un modello unico per i prodotti danni ed i prodotti vita non-IBIPs



Attraverso semplici passaggi matematici l'equazione [6]

$$\left(x - P_{\alpha}^{Percentile}\right) - \left(\frac{1}{2a}\right)\left(x - P_{\alpha}^{Percentile}\right)^2 = p^{VaR_{\alpha}}\left(\left(x - C\right) - \left(\frac{1}{2a}\right)\left(x - C\right)^2\right) + (1 - p^{VaR_{\alpha}})\left(x - \left(\frac{1}{2a}\right)x^2\right)$$

può essere generalizzata per l'impiego su prodotti vita non IBIPs.

In questo caso, per determinare la probabilità di accadimento dell'evento assicurato, sembra opportuno calcolare il **tasso di mortalità medio annuo implicito nella tavola di sopravvivenza** ritenuta utile quale base tecnica demografica di riferimento.

Un modello unico per i prodotti danni ed i prodotti vita non-IBIPs



Fissando η l'età dell'assicurato e n la durata del contratto, abbiamo:

$${}_n\bar{p}_\eta = (1 - \bar{q}_\eta)^n \quad \Rightarrow \quad \bar{q}_\eta = 1 - \sqrt[n]{{}_n\bar{p}_\eta} \quad [7]$$

dove ${}_n\bar{p}_\eta$ è la probabilità media di sopravvivenza per n anni dell'assicurato di età η letta sulla tavola di mortalità di riferimento della Compagnia e $\bar{q}_\eta$ è il tasso medio annuo di mortalità (media geometrica).

Mediante l'espansione di Cornish- Fisher è possibile calcolare $\bar{q}_\eta^{VaR_\alpha}$ e quindi $\bar{p}_\eta^{VaR_\alpha} = 1 - \bar{q}_\eta^{VaR_\alpha}$

L'equazione (6), utile per il calcolo premio percentile di indifferenza su cui basare il test VfM, è generalizzabile alle diverse tipologie di contratti vita non-IBIPs.

Un modello unico per i prodotti danni ed i prodotti vita non-IBIPs



Nel caso di una **temporanea caso morte a capitale costante e premio unico**:

$$(x - SP_{\alpha}^{\text{Percentile}}) - \frac{1}{2a}(x - SP_{\alpha}^{\text{Percentile}})^2 = \text{prob}_{\eta}^{\text{VaR}_{\alpha}} \left[(x - C) - \frac{1}{2a}(x - C)^2 \right] + (1 - \text{prob}_{\eta}^{\text{VaR}_{\alpha}}) \left[x - \frac{1}{2a}x^2 \right],$$

Dove:

$$\begin{aligned} \text{prob}_{\eta}^{\text{VaR}_{\alpha}} &= \bar{q}_n^{\text{VaR}} + \bar{p}_n^{\text{VaR}} \bar{q}_n^{\text{VaR}} + (\bar{p}_n^{\text{VaR}})^2 \bar{q}_n^{\text{VaR}} + \dots + (\bar{p}_n^{\text{VaR}})^{n-1} \bar{q}_n^{\text{VaR}} \\ &= \bar{q}_n^{\text{VaR}} \left(\frac{1 - (\bar{p}_n^{\text{VaR}})^n}{1 - \bar{p}_n^{\text{VaR}}} \right). \end{aligned}$$

Nel caso di una **temporanea caso morte a capitale costante e premio periodico**:

$$\begin{aligned} (x - PP_{\alpha}^{\text{Percentile}} \left(\frac{1 - (\bar{p}_n^{\text{VaR}})^n}{1 - \bar{p}_n^{\text{VaR}}} \right)) - \frac{1}{2a} \left[x - PP_{\alpha}^{\text{Percentile}} \left(\frac{1 - (\bar{p}_n^{\text{VaR}})^n}{1 - \bar{p}_n^{\text{VaR}}} \right) \right]^2 = \\ \text{prob}_{\eta}^{\text{VaR}_{\alpha}} \left[(x - C) - \frac{1}{2a}(x - C)^2 \right] + (1 - \text{prob}_{\eta}^{\text{VaR}_{\alpha}}) \left[x - \frac{1}{2a}x^2 \right]. \end{aligned}$$

Un modello unico per i prodotti danni ed i prodotti vita non-IBIPs



Nel caso di una **temporanea caso morte a capitale decrescente e premio unico**:

$$(x - SP_{\alpha}^{\text{Percentile}}) - \frac{1}{2a}(x - SP_{\alpha}^{\text{Percentile}})^2 = \sum_{h=0}^{n-1} \left\{ \bar{q}_{\eta}^{\text{VaR}} (\bar{p}_{\eta}^{\text{VaR}})^h \left[x - \frac{(n-h)}{n}C - \left(-\frac{1}{2a} \left(x \frac{(n-h)}{n}C \right)^2 \right) \right] \right\} + (1 - \text{prob}_{\eta}^{\text{VaR}_{\alpha}}) \left[x - \frac{1}{2a}x^2 \right].$$

Nel caso di una **temporanea caso morte a capitale decrescente e premio periodico**:

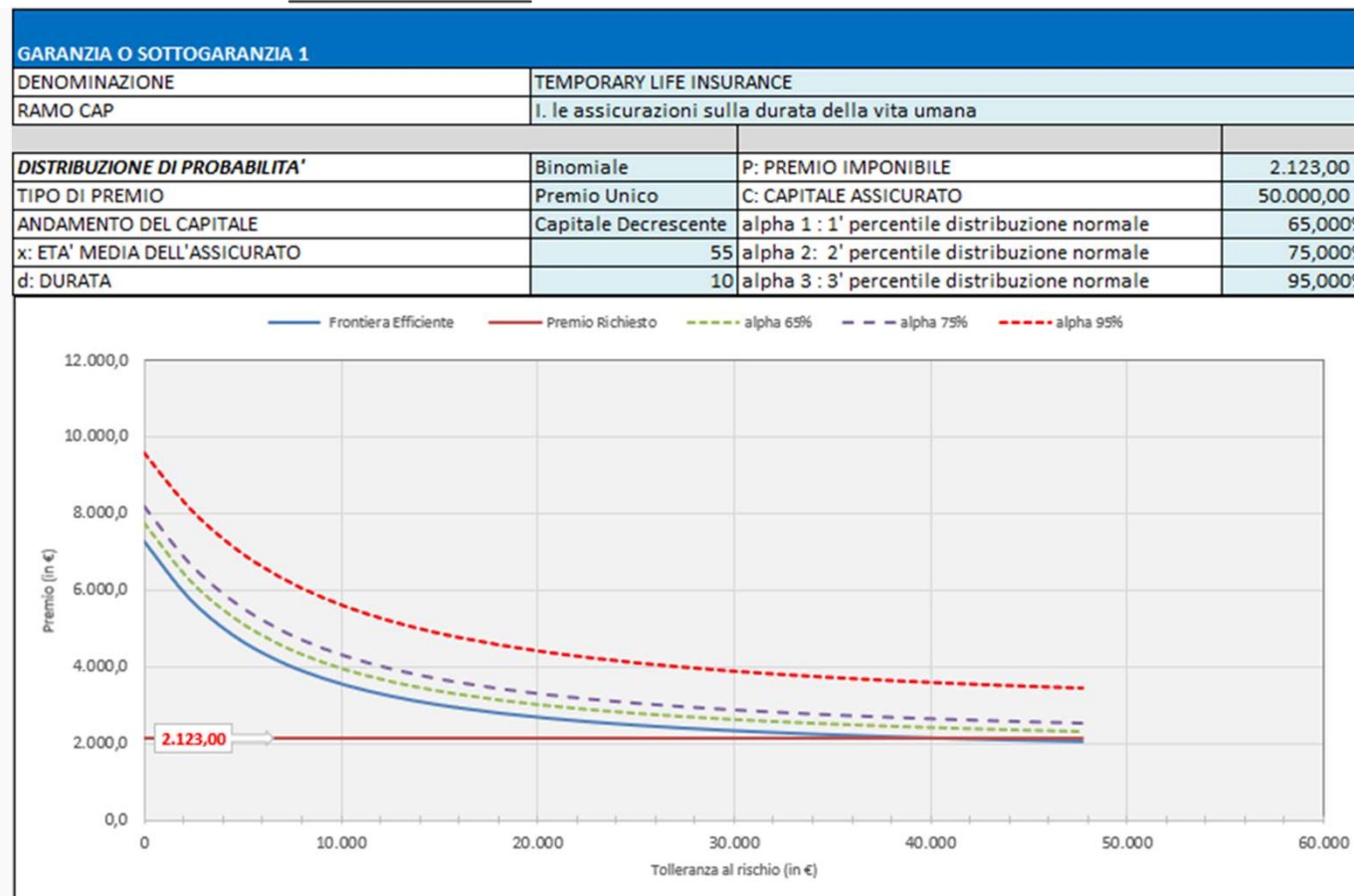
$$(x - PP_{\alpha}^{\text{Percentile}} \left(\frac{1 - (\bar{p}_{\eta}^{\text{VaR}})^n}{1 - \bar{p}_{\eta}^{\text{VaR}}} \right)) - \frac{1}{2a} \left[x - PP_{\alpha}^{\text{Percentile}} \left(\frac{1 - (\bar{p}_{\eta}^{\text{VaR}})^n}{1 - \bar{p}_{\eta}^{\text{VaR}}} \right) \right]^2 = \sum_{h=0}^{n-1} \left\{ \bar{q}_{\eta}^{\text{VaR}} (\bar{p}_{\eta}^{\text{VaR}})^h \left[x - \frac{(n-h)}{n}C - \left(-\frac{1}{2a} \left(x \frac{(n-h)}{n}C \right)^2 \right) \right] \right\} + (1 - \text{prob}_{\eta}^{\text{VaR}_{\alpha}}) \left[x - \frac{1}{2a}x^2 \right]$$



Una applicazione



- L'impianto teorico illustrato è applicabile ad un prodotto di Credit Protection Insurance (CPI), multigaranzia.
- Il calcolo del premio di indifferenza percentile è eseguibile per ciascuna garanzia e dunque **in via additiva** è calcolabile il premio di indifferenza del prodotto nel suo complesso.
- Il grafico di seguito riportato da evidenza della frontiera del premio percentile di indifferenza della garanzia caso morte a capitale decrescente, per diverse soglie di tolleranza.





Ringrazio per la cortese attenzione.



Paolo De Angelis



paolo.deangelis@uniroma1.it



p.deangelis@algorithmic.it



Riferimento bibliografico



Riferimento Bibliografico



An Economic Decision-Making Approach to Estimate the Value for Money of No-IBIPs Insurance Contracts

Paolo BOTTA¹, Paolo DE ANGELIS²

¹ Algoritmica® Srl, Rome (Italy)

² Sapienza University, Rome (Italy)

Articolo in corso di pubblicazione sulla rivista
scientifica Soft Computing

Abstract

The POG 'Product oversight and governance discipline in the insurance sector has directed the attention of the sector supervisory authorities toward "value for money," understood as the relationship between the price paid by the insured and the benefits obtained from the policy, including the quality of the service offered by the insurer and the benefits guaranteed by the policy itself.

An insurance policy that respects the principle of value for money should offer coverage tailored to the customer's needs, a competitive price compared to other options on the market, and high-quality customer service.

While, with reference to IBIPs (Insurance-Based Investment Products), EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority), the European supervisory authority for the insurance and pensions sector, has recently published a methodological document for the evaluation of "value for money," the non-IBIPs product market has not yet been adequately investigated.

The aim of this work is to propose a quantitative solution to the problem of measuring the "value for money" for the insured of non-IBIPs products by adopting an algorithm based on the Utility Theory introduced by Von Neumann and Morgenstern [1944] and evolving into a percentile approach in order to take into account a general Loss Probability Distribution with high asymmetry and kurtosis. By means of the basic elements of this model, we represent how a potential insured can evaluate the fairness of an insurance contract, consistent with his or her particular psychological predisposition toward risk.

The approach is then extended to non-IBIP life insurance contracts, allowing for the evaluation of insurance products that underlie different life and non-life guarantees, such as CPI-type contracts.

The proposed algorithm has been implemented in Visual Basic for application setting, therefore an application is presented and an efficient frontier is estimated, taking into account different levels of individual insured risk tolerance.

Keywords: POG, value for money, utility function, non-IBIP, VBA setting.